Série n°4 d'exercices « Généralités sur les fonctions » **1ére Bac SM**

Exercice 1

I. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x)=-x+2\sqrt{x+1}$

1. Vérifier : $D_h=[-1;+\infty[$.
2. Résoudre dans $[-1;+\infty[$ l'équation $(E):h(x)=0$.
3. Vérifier que : $(\forall x\in[-1;+\infty[)$, $h(x)=2-\left(\sqrt{x+1}-1\right)^2$.
4. En déduire que h est majorée par 2 sur $[-1;+\infty[$.

II. On pose : $g(x)=-x^2+2x+1$ et $f(x)=\sqrt{x+1}$.

1. Vérifier que :$(\forall x\in[-1;0])$; $0\le f(x)\le 1$ et$(\forall x\in[0;+\infty[)$, $f(x)\ge 1$.
2. Dresser le tableau de variations de g.
3. Montrer que : $(\forall x\in[-1;+\infty[)$;$(g\circ f)(x)=h(x)$, puis déduire la monotonie de h sur chacun des intervalles $[-1;0]$ et$[0;+\infty[$.

III. Dresser le tableau de variations de h puis en déduire ses extremums.

Exercice 2

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\dfrac{x^4-1}{x^4+1}$

1. Montrer que f est paire.
2. Montrer que f majorée par 1 et minorée par -1.
3. Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ par : $g(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$

   a) Donner le tableau de variations de g.

   b) Déterminer : $g([0;2[)$.

4. Soit h la fonction numérique définie par : $h(x)=x^4$.

   a) Montrer que h est strictement croissante sur $\mathbb{R}^+$.

   b) Vérifier que : $f=g\circ h$ puis déduire la monotonie de f sur $\mathbb{R}^+$.

   c) Donner le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 3

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\sqrt{x+7}-\sqrt{x+3}$

1. Déterminer D_f.
2. a) Montrer que f est minorée par 0..

   b) 0 est-il un minimum de f ? justifier votre réponse.
3. a) Montrer que f est majorée par 2.

   b) 2 est-il un maximum de f ? justifier votre réponse.
4. Montrer que f est strictement décroissante sur D_f.