

Exercice 1

Ecrire en extension les ensembles :

$$A = \{x \in \mathbb{N} / \sqrt{2} < x < 2\pi\} ; B = \left\{ x \in \mathbb{R} / \exists (n, p) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}; x = \frac{n}{p} \text{ et } 1 \leq p \leq 2n \leq 7 \right\}$$

Exercice 2

Ecrire l'ensemble des parties de $E = \{a, b, c, d\}$

Exercice 3

soient $A; B$ et C trois sous-ensembles de E . On rappelle que $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$

1) Montrer que : $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$

2) Déterminer $A \Delta A$; $A \Delta \emptyset$; $A \Delta E$; $A \Delta \bar{A}$

3) Montrer que : $(A \Delta B) \cap C = (A \cap C) \Delta (B \cap C)$ et $(A \Delta B) \cap \bar{C} = (A \cup C) \Delta (B \cup C)$

4) Montrer que : $A \Delta B = \bar{A} \Delta \bar{B}$; $A \cup B = (A \Delta B) \cup (A \cap B)$ et $A - B = (A \cup B) \Delta B$

5) Montrer que : $A \Delta B = \emptyset \Leftrightarrow A = B$.

Exercice 4

Soit E un ensemble et soit $A; B \in P(E)$ PROF : ATMANI NAJIB

Résoudre les équations suivantes, d'inconnue $X \in P(E)$:

1) $A \cup X = B$

2) $A \cap X = B$

Exercice 5

PROF : ATMANI NAJIB

On considère les ensembles $A = \left\{ \frac{2}{\sqrt{a^2+4}} / a \in \mathbb{R} \right\}$; $B = \left\{ \frac{2}{2+\sqrt{b^2+4}} / b \in \mathbb{R} \right\}$

1) Vérifier que $\frac{2}{3} \in A$ et que $\frac{2}{3} \notin B$

2) Montrer que $B \subset A$

3) Montrer que $A =]0;1]$

Exercice 6

On considère les ensembles $A = \{2k - 1 / k \in \mathbb{Z}\}$, $B = \left\{ \frac{2k - 1}{5} / k \in \mathbb{Z} \right\}$

1) Vérifier que $7 \in B$ et que $8 \notin B$

2) Montrer que : $A \subset B$.

Exercice 7

On considère les ensembles $A = \left\{ \frac{-2n-1}{2n+2} / n \in \mathbb{N} \right\}$; $B = \left\{ (-1)^n + \frac{1}{n+1} / n \in \mathbb{N} \right\}$ et $C = \left\{ \frac{2n+2}{2n+1} / n \in \mathbb{N} \right\}$

- 1) Montrer que : $A \subset B$
- 2) Montrer que : $B = A \cup C$

Exercice 8

On considère les ensembles $A = \left\{ (x, 1 + \sqrt{x-1}) / x \geq 1 \right\}$; $B = \left\{ (x^2 - 2x + 2, x) / x \geq 1 \right\}$

$C = \left\{ x = \frac{1}{n} / n \in \mathbb{N}^* \right\}$ et $D = \left\{ x = \frac{1}{n+1} / n \in \mathbb{N} \right\}$

- 1) Montrer que : $A = B$
- 2) Montrer que : $C = D$

PROF : ATMANI NAJIB