

## Série :1 Ensembles et Applications

## Exercice:1

$A, B, C$  sont des parties de l'ensemble  $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .

telles que :  $A \cup B = \{2, 3, 4, 5\}$  et  $A \cap B = \{2, 4\}$  et  $A \cup C = \{1, 2, 3, 4\}$  et  $A \cap C = \{2, 3\}$ .

1) Déterminer  $A, B$  et  $C$

2) Déterminer  $A \Delta B$  et  $B \Delta C$  et  $C \Delta A$ .

Et vérifier que  $(A \Delta B) \Delta C = A \Delta (B \Delta C)$

## Exercice:2

1) L'ensemble  $A^2$  contient 9 éléments dont deux éléments sont  $(a,b)$  et  $(b,c)$ , quels sont les autres éléments de  $A^2$  ?

2) Existe-t-il une ensemble  $A$  tel que  $\text{Card}(A^2)=7$  ?

## Exercice:3

Démontrer l'implication suivante :  $\begin{cases} A \subset B \\ B \subset C \Rightarrow A = B = C \\ C \subset A \end{cases}$

## Exercice:4

Démontrer l'implication suivante :  $A \subset B \Rightarrow \bar{B} \subset \bar{A}$

## Exercice:5

$A, B$  sont des parties d'un ensemble  $E$ . Montrer que :  $(A \subset B) \Leftrightarrow (\bar{A} \cup B = E)$

## Exercice:6

$A, B, C$  sont des parties d'un ensemble  $E$ .

1) Vérifier les égalités suivantes en utilisant les diagrammes de Venn

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \quad (1) \quad A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \quad (2)$$

$$C_E^{A \cup B} = C_E^A \cap C_E^B \quad (3) \quad C_E^{A \cap B} = C_E^A \cup C_E^B \quad (4)$$

2) Démontrer les égalités précédentes.

3) Montrer que quelles que soient les parties  $A$  et  $X$  de  $E$  :  $(A \cap X) \cup (\bar{A} \cap X) = X$

4) En déduire dans  $E$  les solutions de l'équation  $E : A - X = X - A$

## Exercice:7

$A, B, C$  sont des parties d'un ensemble  $E$ .

1) Montre à l'aide de contres exemples que les implications suivantes ne sont pas toujours vraies

$$(A \cup B \subset A \cup C) \Rightarrow B \subset C \quad (1)$$

$$(A \cap B \subset A \cap C) \Rightarrow B \subset C \quad (2)$$

2) Montrer que pour tout  $A, B, C$  :

$$\begin{cases} (A \cup B \subset A \cup C) \\ (A \cap B \subset A \cap C) \end{cases} \Rightarrow B \subset C$$

PROF : ATMANI NAJIB