Série

Exercice1

1) Soit l'application f de $[2,+\infty[$ vers IR^+ telle que : $f(x)=\sqrt{x^2-2x}$

Montrer que l'application f est bijective et déterminer sa bijection réciproque.

2) Soit l'application g définie par : $g(x)=\sqrt{x^2-2x}$.

Et les deux fonctions h et t telles que : $h(x)=x^2-2x$ et $t(x)=\sqrt{x}$.

a) Déterminer D_g .
b) Déterminer la nature de (C_h) et préciser ses éléments caractéristiques.
c) Dresser les tableaux de variations des fonctions h et t .
d) Montrer que pour tout x de D_g : $g(x)=toh(x)$.
e) En déduire les variations de g sur D_g .

Exercice2

1) Soit l'application f de IR^+ vers $[0,1[$ telle que : $f(x)=\frac{x^2}{x^2+1}$.

Montrer que f est une bijection et déterminer sa bijection réciproque.

2) Soit la fonction g définie par : $g(x)=\frac{x^2}{x^2+1}$.

Et les deux fonctions h et t telles que : $h(x)=x^2$ et $t(x)=\frac{x}{x+1}$.

a) Déterminer D_g .
b) Déterminer la nature de (C_h) et ses éléments caractéristiques.
c) Dresser les tableaux de variations des fonctions h et t .
d) Montrer que pour tout x de D_g : $g(x)=toh(x)$.
e) En déduire les variations de g sur D_g .

Exercice3

1) Soit l'application f définie de IR vers IR par : $f(x)=\frac{2x}{x^2+1}$

a) f est-elle surjective ? est-elle injective ?
b) Montrer que $f(IR)=[-1,1]$

2) On pose : $A=\frac{f(x)-f(y)}{x-y}$ pour tout x et y de IR $(x\neq y)$.

a) Montrer que g est impaire et que : $A=\frac{2(1-xy)}{(x^2+1)(y^2+1)}$
b) Etudier les variations de f sur chacun des intervalles $[1,+\infty[$ et $[0,1[$.
c) Dresser le tableau de variations de f sur IR .