

Série N°3:Ensembles et Applications**Exercice 1:**

$E = \{1, 2, 3, 4\}$ On considère l'ensemble

Soit f une application de E vers E . Montrer l'équivalence suivante :

$(f \text{ injective}) \Leftrightarrow (f \text{ surjective})$

Exercice 2:

Soit E un ensemble et A une partie de E .

$\forall X \in P(E) : f(X) = A \cap X$ telle que $P(E) \rightarrow P(E)$ vers de f Soit l'application

- 1) Déterminer : $f(\emptyset)$; $f(E)$; $f(A)$
- 2) Déterminer : $f(B)$ dans le cas où $B \subset A$
- 3) f est-elle une bijection ?

Exercice 3:

Soit E un ensemble .

telle que $P(E) \rightarrow P(E)$ vers de f Considérons l'application

$\forall X \in P(E) \forall Y \in P(E) : \begin{cases} f(X \cap Y) = f(X) \cap f(Y) \\ f(X \cup Y) = f(X) \cup f(Y) \end{cases}$

- 1) Montrer que : $\forall X \in P(E) \forall Y \in P(E) : X \subset Y \Rightarrow f(X) \subset f(Y)$
- 2) On suppose que f est surjective, déterminer : $f(\emptyset)$; $f(E)$
- 3) On suppose que f est bijective, montrer que : $\forall X \in P(E) : f(C_E^X) \subset C_E^{f(X)}$

Exercice 4:

Soient E, F et G trois ensembles . f est une application de E vers F et g une application de F vers G , Montrer les deux implications suivantes :

$(g \circ f \text{ injective}) \Rightarrow (f \text{ injective})$

$(g \circ f \text{ surjective}) \Rightarrow (g \text{ surjective})$

Exercice 5:

Soit f une application de E vers F et A et B deux parties de E .

Montrer que :

$$f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$$

$$A \subset B \Rightarrow f(A) \subset f(B)$$

$$f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$$

$$f \text{ injective} \Rightarrow f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$$

Exercice 6:

1) Soit f l'application de \mathbb{R} vers \mathbb{R} telle que : $f(x) = 3 - x^2$

- a) Montrer que f n'est pas injective.
- b) Montrer que f n'est pas surjective.
- c) Montrer que f n'est pas bijective.

2) Soit g l'application de \mathbb{R}^+ vers \mathbb{R} telle que : $f(x) = 3 - x^2$

- a) Montrer que g est injective.
- b) Montrer que f n'est pas surjective.
- c) Montrer que f n'est pas bijective.

3) Soit h l'application de \mathbb{R}^+ vers $]-\infty, 3]$ telle que : $f(x) = 3 - x^2$

- a) Montrer que h est bijective.
- b) Déterminer sa bijection réciproque h^{-1} .