

Exercice:1

Série :2 Ensembles et Applications

A, B, C sont des parties d'un ensemble E . Montrer les équivalences suivantes :

$$A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A \Leftrightarrow A \cup B = B \quad (1)$$

$$A \cap B = \phi \Rightarrow A = (A \cup B) - B \quad (2)$$

$$A \cup B = A - B \Leftrightarrow B = \phi \quad (3)$$

$$A \cap B = A - B \Leftrightarrow A = \phi \quad (4)$$

$$A \subset B \subset C \Leftrightarrow A \cup B = A \cap B \quad (5)$$

A, B, C sont des parties d'un ensemble E . Peut-on comparer A et B dans chacun des cas suivants sachant que :

$$A \cap B = A \quad (1) \quad A \cup B = B \quad (2) \quad A \cup B = A \cap B \quad (3) \quad A \cup B \subset A \cap B \quad (4)$$

$$\bar{A} \cup B = E \quad (5) \quad A \cap \bar{B} = \phi \quad (6)$$

A, B sont des parties d'un ensemble E .

Montrer que :

$$\overline{(A \cup B) \cap (B \cup A)} = \phi \quad (1)$$

$$\overline{(A \cap B) \cup (B \cap A)} = \phi \quad (2)$$

A, B sont des parties d'un ensemble E . Simplifier les écritures suivantes :

$$Y = (A \cup B) \cup (A \cup C) \quad (2) \quad ; \quad X = (A \cap B) \cap (A \cap C) \quad (1)$$

$$T = (\bar{A} \cup \bar{B}) \cap (\bar{A} \cup B) \quad (4) \quad ; \quad Z = (A \cup B) \cap (A \cup \bar{B}) \quad (3)$$

A, B sont des parties d'un ensemble E .

- 1) Représenter à l'aide d'un diagramme de Venn : $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$
- 2) Ecrire les ensembles $A - B$, $B - A$ et $A \Delta B$, sous forme de réunion ou intersection uniquement.
- 3) Démontrer que : $A \Delta B = (A \cup B) \cap (\bar{A} \cup \bar{B})$.
- 4) Démontrer que : $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$.
- 5) Montrer que Δ est une opération commutative et commutative.
- 6) Déterminer : $A \Delta \phi$ et $A \Delta A$
- 7) Comparer les ensembles suivants : $X = \bar{A} \Delta \bar{B}$ et $Y = A \Delta \bar{B}$ et $Z = \bar{A} \Delta B$

E et deux ensembles non vides, A est une partie de E et B et C deux parties de F .

$$\text{Montrer que : } E \times (B \cup C) = (E \times B) \cup (E \times C)$$

On considère les deux ensembles suivants : $A = \{1, 2\}$ et $B = \{2, 3\}$.

- 1) Déterminer : $P(A)$ et $P(B)$ et $P(A \cap B)$ et $P(A \cup B)$ et $P(A \Delta B)$.
- 2) Comparer les ensembles : $P(A) \cap P(B)$ et $P(A \cap B)$.
- 3) Comparer les ensembles : $P(A) \cup P(B)$ et $P(A \cup B)$.
- 4) Comparer les ensembles : $P(A) \Delta P(B)$ et $P(A \Delta B)$.

PROF : ATMANI NAJIB